I.T.I. FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
Física de ondas, electricidad y moderna
Guía 2 – Grado 11°
2025
Trabajo y Energía

TRABAJO

Cuando tratamos de arrastrar un bloque con una cuerda, como se observa en la figura 1a, no pasa nada. Estamos ejerciendo una fuerza y sin embargo el bloque no se ha movido. Por otra parte, si incrementamos en forma continua esta fuerza, llegar un momento en que el bloque se desplazará. En este caso hemos logrado algo en realidad a cambio de nuestros esfuerzos. En física este logro se define como trabajo. El termino trabajo tiene una definición operacional explícita y cuantitativa. Para que se realice un trabajo se deben cumplir tres requisitos:

1. Debe haber una fuerza aplicada.
2. La fuerza debe actuar a través de cierta distancia, llamada desplazamiento.
3. La fuerza debe tener una componente a lo largo del desplazamiento.

Suponiendo que se cumplan esas condiciones, se puede dar una definición formal trabajo:

Trabajo es una cantidad escalar igual al producto de las magnitudes del desplazamiento y de la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.

$$Trabajo = Componente\ de\ la\ fuerza \text{ X } desplazamiento$$

$$Trabajo = F_x s$$

En esta ecuación, F_x es la componente de F a lo largo del desplazamiento s. En la figura 1, únicamente F_x contribuye al trabajo. Su magnitud puede determinarse por trigonometría, y el trabajo se puede expresar en términos del ángulo θ formado entre Fy s:

$$Trabajo = (F \cos\theta) s$$

Con mucha frecuencia, la fuerza que realiza el trabajo está dirigida íntegramente a lo largo del desplazamiento. Esto sucede cuando un peso es elevado en forma vertical, o cuando una fuerza horizontal arrastra un objeto por el piso. En estos casos sencillos, $F_x = F$, y el trabajo es simplemente el producto de la fuerza por el desplazamiento:

$$Trabajo = F_s$$

Otro caso especial se presenta cuando la fuerza aplicada es perpendicular al desplazamiento. En esta situación, el trabajo será de cero, puesto que $F_x = 0$. Un ejemplo es el movimiento paralelo a la superficie terrestre, en el cual la gravedad actúa verticalmente hacia abajo y es perpendicular a todos los desplazamientos horizontales. En esos casos, la fuerza de gravedad no influye.

Observe que las unidades de trabajo son las unidades de fuerza multiplicadas por las de distancia. Por lo tanto, en unidades del SI, el trabajo se mide en newtons-metro (N · m). Por convención, esta unidad combinada se llama joule, y se representa con el símbolo J.

Un joule (1 J) es igual al trabajo realizado por una fuerza de un newton al mover un objeto a través de una distancia paralela de un metro.

En el ejemplo 1, el trabajo realizado para arrastrar el bloque se puede escribir como 2600 J.

En Estados Unidos, el trabajo se expresa a veces también en unidades del SUEU.
Cuando la fuerza se expresa en libras (lb) y el desplazamiento se da en pies (ft), la unidad de trabajo correspondiente se llama libra-pie (ft · lb).

Una libra-pie (1 ft · lb) es igual al trabaja realizado por una fuerza de una libra al mover un objeto a través de una distancia paralela de un pie.

No hay un nombre especial para esta unidad.
Los siguientes factores de conversión son útiles cuando se comparan unidades de trabajo en los dos sistemas:

$$1\,J = 0.7376\,ft \cdot lb \qquad 1\,ft \cdot lb = 1.356\,J$$

TRABAJO RESULTANTE

Cuando consideramos el trabajo de varias fuerzas que actúan sobre el mismo objeto, con frecuencia es útil distinguir entre el trabajo positivo y el negativo. En este texto se sigue la convención de que el trabajo de una fuerza particular es positivo si la componente de la fuerza se encuentra en la misma dirección que el desplazamiento. El trabajo negativo lo realiza una componente de fuerza que se opone al desplazamiento real. Así, el trabajo que realiza una grúa al levantar una carga es positivo; pero la fuerza gravitacional que ejerce la Tierra sobre la carga realiza un trabajo negativo. En forma similar, si estiramos un resorte, el trabajo sobre el resorte es positivo; y el trabajo sobre el resorte es negativo cuando éste se contrae y nos arrastra. Otro ejemplo importante de trabajo negativo es aquel que se realiza mediante una fuerza de fricción que se opone a la dirección del desplazamiento.

Si varias fuerzas actúan sobre un cuerpo en movimiento, el trabajo resultante es la suma algebraica de los trabajos de las fuerzas individuales. Esto también será igual al trabajo de la fuerza resultante. La realización de un trabajo neto requiere la existencia de una fuerza resultante.

Es importante distinguir entre el trabajo resultante o neto y el trabajo de una fuerza individual. Si nos referimos al trabajo necesario para mover un bloque a través de una distancia, el trabajo realizado por la fuerza que tira de él no es necesariamente el trabajo resultante. El trabajo puede haberse realizado por medio de una fuerza de fricción o por otras fuerzas. El trabajo resultante es simplemente el trabajo hecho por una fuerza resultante. Si la fuerza resultante es cero, entonces el trabajo resultante también es cero, aun cuando diversas fuerzas individuales puedan estar realizando un trabajo positivo o negativo.

ENERGÍA

Puede pensarse en la energía como en algo que se puede convertir en trabajo. Cuando decimos que un objeto tiene energía, eso significa que es capaz de ejercer una fuerza sobre otro objeto para realizar un trabajo sobre él. Por el contrario, si realizamos un trabajo sobre algún objeto, le hemos proporcionado a éste una cantidad de energía igual al trabajo realizado. Las unidades de energía son las mismas que las del trabajo: joule y libra-pie.
En mecánica nos interesan dos tipos de energía:

Energía cinética E_{K}: Energía que tiene un cuerpo en virtud de su movimiento.

Energía potencial E_{P}: Energía que tiene un sistema en virtud de su posición o condición.

Se puede pensar en numerosos ejemplos de cada tipo de energía. Por ejemplo, un automóvil en marcha, una bala en movimiento y un volante que gira tienen la capacidad de realizar trabajo a causa de su movimiento.

TRABAJO Y ENERGÍA CINÉTICA

Hemos definido la energía cinética como la capacidad de realizar trabajo como resultado del movimiento de un cuerpo. Para analizar la relación entre movimiento y trabajo, consideremos una fuerza constante F que actúa sobre un bloque, como indica la figura 4. Considere que el bloque tiene una velocidad inicial v_0 y que la fuerza F actúa a través de la distancias, haciendo que la velocidad aumente hasta un valor final v_f Si el cuerpo tiene una masa m, la segunda ley de Newton nos dice que ganará velocidad, o aceleración, en una proporción dada por

$$a = \frac{F}{m}$$

hasta que alcance la velocidad final v_f.

$$2as = v_f^2 - v_0^2$$

de donde

$$a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2s}$$

Sustituyendo esto en la ecuación, queda

$$\frac{f}{m} = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2s}$$

donde puede ser resuelta para el producto F_S y obtener

$$F_S = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

La cantidad del lado izquierdo de la ecuación anterior representa el trabajo realizado sobre la masa m. La cantidad del lado derecho debe ser el cambio registrado en la energía cinética como resultado de este trabajo. Por lo tanto, podemos definir la energía cinética E_K como

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2$$

Siguiendo esta notación, $\frac{1}{2}mv_f^2$ y $\frac{1}{2}mv_0^2$ representarían las energías cinéticas final e inicial, respectivamente. Este importante resultado se puede enunciar así:

El trabajo de una fuerza externa resultante sobre un cuerpo es igual al cambio de la energía cinética del cuerpo.

Un análisis cuidadoso de la ecuación demostrará que un incremento de la energía cinética ($v_f > v_0$) ocurre como resultado de un trabajo positivo; mientras que una disminución en la energía cinética ($v_f < v_0$) es el resultado de un trabajo negativo. En el caso especial en que el trabajo sobre un cuerpo sea cero, la energía cinética es una constante.

ENERGÍA POTENCIAL

La energía que posee el sistema en virtud de sus posiciones o condiciones se llama energía potencial. Como la energía se expresa a sí misma en forma de trabajo, la energía potencial implica que debe haber un potencial para realizar trabajo. Por ejemplo, supongamos que el martinete de la figura 6 se utiliza para levantar un cuerpo cuyo peso es W hasta una altura h por arriba del pilote colocado sobre el suelo. Decimos que el sistema Tierra-cuerpo tiene una energía potencial gravitacional. Cuando dicho cuerpo se deja caer, realizará un trabajo al golpear el pilote. Si es lo bastante pesado y cae desde una altura suficientemente grande, el trabajo realizado provocará que el pilote recorra una distancia s.

La fuerza externa F necesaria para elevar el cuerpo debe ser por lo menos igual al peso W. Entonces, el trabajo realizado por el sistema está dado por

$$Trabajo = Wh = mgh$$

Esta cantidad de trabajo también puede ser realizada por el cuerpo después de que ha caído una distancia h. Por lo tanto, el cuerpo tiene una energía potencial igual en magnitud al trabajo externo necesario para elevarlo. Esta energía no proviene del sistema Tierra-cuerpo, sino que resulta del trabajo realizado sobre el sistema por un agente externo. Solamente una fuerza externa, como F en la figura 6 o la fricción, puede añadir o extraer energía del sistema formado por el cuerpo y la Tierra.

A partir de este análisis, observe que la energía potencial E_P puede calcularse tomando como base

$$E_p = Wh = mgh \qquad \textit{Energía Potencial}$$

donde W y m son el peso y la masa de un objeto situado a una distancia h sobre un punto de referencia.

La energía potencial depende de la elección de un nivel de referencia en particular.

La energía potencial gravitacional en el caso de un avión es muy diferente cuando se mide con respecto a la cima de una montaña, un rascacielos o el nivel del mar. La capacidad de realizar trabajo es mucho mayor si el avión cae al nivel del mar. La energía potencial tiene un significado físico únicamente cuando se establece un nivel de referencia.

Hemos señalado que el potencial para realizar trabajo tan sólo es función del peso y de la altura h sobre algún punto de referencia. La energía potencial en una posición particular no depende de la trayectoria que haya seguido para llegar a esa posición, puesto que debe realizarse el mismo trabajo contra la gravedad independientemente de la trayectoria. En el ejemplo 7, es necesario un trabajo de 17600 ft · lb para subir el acondicionador de aire a través de una distancia vertical de 22 ft. Si preferimos ejercer una fuerza menor subiéndolo por un plano inclinado, se requerirá una mayor distancia. En cualquier caso, el trabajo realizado contra la gravedad es 17600 ft · lb, puesto que el resultado final consiste en colocar un peso de 800 lb a una altura de 22 ft.

LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Con mucha frecuencia, a velocidades relativamente bajas tiene lugar un intercambio entre las energías potencial y cinética. Por ejemplo, supongamos que se levanta una masa m hasta una altura h y, luego, se deja caer, como muestra la figura 7. Una fuerza externa ha incrementado la energía del sistema, dándole una energía potencial E_p = mgh en el punto más alto. Ésta es la energía total disponible para el sistema y no puede modificarse, a menos que se enfrente a una fuerza de resistencia externa. A medida que la masa cae, su energía potencial disminuye debido que se reduce la altura sobre el piso. La disminución de energía potencial reaparece en forma de energía cinética a causa del movimiento. En ausencia de la resistencia del aire, la energía total (E_p + E_k) permanece igual. La energía potencial sigue transformándose en energía cinética hasta que la masa llega al piso (h = 0). En esta posición final, la energía cinética es igual a la energía total, y la energía potencial es cero. Es importante señalar que la suma de E_p y E_k es la misma en cualquier punto durante la caída (véase la figura 7).

$$Energía\ total = E_P + E_K = constante$$

Se dice que la energía mecánica se conserva. En nuestro ejemplo, la energía total en el punto más alto es mgh y la energía total a ras del suelo es $\frac{1}{2}mv^2$, si se desprecia la resistencia del aire. Ahora podemos enunciar el principio de la conservación de la energía mecánica:

> *Conservación de la energía mecánica: En ausencia de resistencia del aire o de otras fuerzas disipativas, la suma de las energías potenciales y cinéticas es una constante, siempre que no se añada ninguna otra energía al sistema.*

Siempre que se aplique este principio resulta conveniente pensar en el inicio y el final del proceso de que se trate. En cualquiera de esos puntos, si la velocidad no es igual a cero, existe una energía cinética, y si la altura no es cero hay una energía potencial. Así pues, podemos escribir

$$(E_P + E_K)_{INI} = (E_P + E_K)_{FIN}$$

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2$$

Los subíndices $_0$ y $_f$ indican los valores iniciales y finales, respectivamente. La ecuación, se aplica cuando no participan fuerzas de fricción.

En el ejemplo donde se plantea el caso de un objeto que cae a partir del reposo desde una posición inicial h_0, la energía total inicial es igual a mgh_0(v_0 = 0) y la energía total final es $\frac{1}{2}mv_f^2$ (h = 0).

$$mgh_0 = \frac{1}{2}mv_f^2$$

Resolviendo esta relación para v_f obtenemos una ecuación útil para determinar la velocidad final, a partir de las consideraciones generales sobre la energía de un cuerpo que cae desde el reposo sin que lo afecte la fricción.

$$v_f = \sqrt{2gh_0}$$

Una gran ventaja de este método es que la velocidad final se determina a partir de los estados de energía inicial y final. La trayectoria real no tiene importancia cuando no hay fricción. Por ejemplo, se obtiene la misma velocidad final si el objeto sigue una trayectoria curva partiendo de la misma altura inicial h_0.

ENERGÍA Y FUERZAS DE FRICCIÓN

Es útil considerar la conservación de la energía mecánica como un proceso de contabilidad, en el cual se lleva un recuento de lo que le pasa a la energía de un sistema desde el principio hasta el fin. Por ejemplo, suponga que retira $1000 del banco, y luego paga $400 por un pasaje de avión a Nueva York. Le quedarían $600 para gastar en diversiones. Los $400 ya se gastaron, pero aún deben ser tomados en cuenta. Ahora considere un trineo en la cima de una colina. La energía total inicial es de 1000 J. Si 400 J de energía se pierden a causa de la fricción, el trineo llegaría al fondo con una energía total de tan sólo 600 J. Tomando en cuenta la fricción o cualquier tipo de fuerzas de disipación, enunciamos un principio de la conservación de la energía de carácter más general:

> *Conservación de la energía: La energía total de un sistema es siempre constante, aun cuando se trasforme la energía de una forma a otra dentro del sistema.*

En las aplicaciones del mundo real, no es posible dejar de considerar a las fuerzas externas. Por lo tanto, un enunciado más general del principio de conservación de la energía toma en cuenta las pérdidas debidas a la fricción:

$$(E_P + E_K)_{INI} = (E_P + E_K)_{FIN} + |\text{pérdidas de energía}|$$

Los signos de valor absoluto asociados al término pérdidas de energía son un recordatorio de que no nos interesa el signo del trabajo realizado contra las fuerzas de fricción. Simplemente se lleva un recuento de la disponibilidad de toda la energía inicial. Si representamos al trabajo de una fuerza de fricción por el producto $\mathscr{F}_k s$, podemos escribir

$$mgh_o + \frac{1}{2}mv_o^2 = mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2 + |\mathscr{F}_k s|$$

Por supuesto, si un objeto parte del reposo desde una altura h_0 sobre su posición final, esta ecuación se simplifica y queda así:

$$mgh_o = \frac{1}{2}mv_f^2 + |\mathscr{F}_k s|$$

Al resolver problemas, es útil establecer la suma de las energías potencial y cinética en algún punto inicial. El valor absoluto de cualquier pérdida de energía deberá entonces sumarse a la energía total del sistema en el punto final, de tal manera que se conserve la energía.

POTENCIA

En nuestra definición de trabajo, el tiempo no participó en forma alguna. La misma cantidad de trabajo se realiza si la tarea dura una hora o un año. Si se le da tiempo suficiente aun el motor menos potente llega a levantar una carga enorme. Sin embargo, si deseamos realizar una tarea con eficiencia, la rapidez con la que se efectúa el trabajo se vuelve una cantidad importante en ingeniería.

Potencia es la rapidez con la que se realiza el trabajo.

$$P = \frac{trabajo}{t}$$

La unidad del SI para la potencia es el joule por segundo, y se denomina watt (W). Por lo tanto, un foco de 80 W consume energía a razón de 80 J/s.

$$1\ \text{W} = 1\ \text{J/s}$$

En unidades del SUEU, se utiliza el pie-libra por segundo (ft · lb/s). Esta unidad de potencia no recibe ningún nombre en particular.

El watt y la pie-libra por segundo tienen el inconveniente de ser unidades demasiado pequeñas para la mayoría de los propósitos industriales. Por lo tanto, se usan el kilowatt (kW) y el caballo de fuerza (hp) que se definen como:

$$1\ \text{kW} = 1000\ \text{W}$$
$$1\ \text{hp} = 550\ \text{ft} \cdot \text{lb/s}$$

En los Estados Unidos, el watt y el kilowatt se usan casi exclusivamente en relación con la energía eléctrica; el caballo de fuerza se reserva para la energía mecánica. Esta práctica es simplemente una convención y de ningún modo es obligatoria. Resulta perfectamente correcto hablar de un foco de 0.08 hp o mostrar muy ufanos un motor de 238 kW. Los factores de conversión son:

$$1\ \text{hp} = 746\ \text{W} = 0.746\ \text{kW}$$
$$1\ \text{kW} = 1.34\ \text{hp}$$

Puesto que el trabajo se realiza con frecuencia de manera continua, es útil disponer de una expresión para la potencia que incluya a la velocidad. Así pues,

$$P = \frac{trabajo}{t} = \frac{F_S}{t}$$

de donde

$$P = F\frac{S}{t} = F_S$$

donde v es la velocidad del cuerpo sobre la que se aplica la fuerza paralela F.

De la ecuación $\mathrm{P} = \frac{\text{trabajo}}{\text{t}}$, podemos obtener el trabajo: trabajo = Pt. Por lo tanto, la unidad kilowatt-hora (kW · h) que usan las compañías de energía eléctrica al hacer sus cobros es una unidad de energía (kilowatt) multiplicada por tiempo (hora), es decir, una unidad de trabajo. Es razonable que se pague por la cantidad del trabajo que se ha realizado. Sin embargo, el precio por kilowatt-hora también puede determinarse por la demanda máxima de potencia del consumidor.

Cuando se golpea una pelota de golf en el campo de juego, como se observa en la figura 1, una gran fuerza media F actúa sobre la pelota durante un corto intervalo de tiempo Δt, haciendo que ésta se acelere desde el reposo hasta una velocidad final v_f. Es en extremo difícil medir tanto la fuerza como la duración de su acción; pero el producto de ambas F Δt puede calcularse en función del cambio de velocidad resultante de la pelota de golf. A partir de la segunda ley de Newton, sabemos que

$$F = ma = m\frac{v_f - v_0}{\Delta t}$$

Multiplicando por Δt se tiene

$$F\Delta t = m(v_f - v_0)$$

o bien,

$$F\Delta t = mv_f - mv_0$$

Esta ecuación es tan útil para resolver problemas relacionados con choques, que se han asignado nombres especiales a sus términos.

> *El impulso F Δt es una cantidad vectorial de igual magnitud que el producto de la fuerza por el intervalo de tiempo en el que actúa. Su dirección es la misma que la de la fuerza.*
>
> *La cantidad de movimiento p de una partícula es una cantidad vectorial de igual magnitud que el producto de su masa m por su velocidad v.*

Por lo tanto, la ecuación puede enunciarse verbalmente así:

$$Impulso\ (F\ \Delta t) = cambio\ de\ la\ cantidad\ de\ movimiento\ (mv_f - mv_0)$$

La unidad del SI del impulso es el newton-segundo (N · s). La unidad de la cantidad de movimiento es el kilogramo-metro por segundo (kg · m/s). Resulta conveniente distinguir estas unidades, aun cuando en realidad sean iguales:

$$\mathrm{N \cdot s} = \frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s^2}} \times \mathrm{s} = \mathrm{kg \cdot m/s}$$

Las unidades correspondientes en el SUEU son la libra-segundo (lb · s) y slug-pie por segundo (slug · ft/s).

LA LEY DE LA CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Consideremos una colisión de frente entre las masas m_1 y m_2, como lo muestra la figura 3. Suponga que las superficies están libres de fricción. Indicamos sus velocidades antes del impacto como u_1 y u_2 y después del impacto como v_1 y v_2. El impulso de la fuerza F_1 que actúa sobre la masa de la derecha es

$$F_1\,\Delta t = m_1 v_1 - m_1 u_1$$

En forma similar, el impulso de la fuerza F_2 sobre la masa de la izquierda es

$$F_2\,\Delta t = m_2 v_2 - m_2 u_2$$

Durante el tiempo Δt, $F_1 = -F_2$, de modo que

$$F_1\,\Delta t = F_2\,\Delta t$$

o bien

$$m_1 v_1 - m_1 u_1 = -(m_2 v_2 - m_2 u_2)$$

y, finalmente, reagrupando los términos,

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Cantidad de movimiento total antes del choque = Cantidad de movimiento total después del choque

Por lo tanto, hemos derivado un enunciado de la ley de la conservación de la cantidad de movimiento:

La cantidad de movimiento lineal total de los cuerpos que chocan es igual antes y después del impacto.

Puede realizarse un experimento interesante que demuestra la conservación de la cantidad de movimiento, utilizando ocho balines pequeños y una pista acanalada, como se muestra en la figura 5. Si se suelta un balín desde el lado izquierdo, se detendrá al chocar con los demás, y el que está en el extremo derecho rodará hacia la derecha con la misma velocidad. En forma similar, cuando dos, tres, cuatro o cinco balines se sueltan desde la izquierda, el mismo número de ellos rodará hacia la derecha con la misma velocidad, mientras que los otros permanecerán en reposo en el centro.
Es razonable preguntar por qué dos balines salen rodando en la figura 5, en lugar de que salga uno solo con el doble de velocidad, puesto que de este modo también se conservaría el momento. Por ejemplo, si cada balín tiene una masa de 50 g, y si dos balines salen del lado izquierdo a una velocidad de 20 cm/s, la cantidad de movimiento total antes del impacto será 2000 g · cm/s. Una cantidad de movimiento igual se puede alcanzar después del impacto si sólo un balín de la izquierda rueda, suponiendo que lo haga a una velocidad de 40 cm/s. La explicación se basa en el hecho de que la energía debe conservarse. Si un balín saliera disparado con el doble de velocidad, su energía cinética sería mucho mayor que la disponible a partir de los otros dos de la izquierda. La energía cinética que entraría entonces al sistema sería

$$E_0 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0.1\ kg)(0.2 m/s)^2 = 2 \times 10^{-3}\ J$$

La energía cinética de un balín que viaja a 40 cm/s es exactamente del doble de este valor.

$$E_f = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0.05\ kg)(0.4 m/s)^2 = 4 \times 10^{-3}\ J$$

Por lo tanto, la energía, lo mismo que el momento, es importante en la descripción del fenómeno de choque.

CHOQUES ELÁSTICOS E INELÁSTICOS

A partir del experimento descrito anteriormente, se puede suponer que la energía cinética, al igual que la cantidad de movimiento, no cambia a causa de un choque o colisión. Sin embargo, esta suposición sólo es aproximadamente cierta para los cuerpos duros, como los balines y las bolas de billar; pero no resulta verdadera en el caso de los cuerpos blandos que rebotan con mucho mayor lentitud después de chocar. Durante el impacto, todos los cuerpos se deforman ligeramente y así se liberan pequeñas cantidades de calor. El vigor con el que un cuerpo recobra su forma original, después de sufrir una deformación, es una medida de su elasticidad, o capacidad de restitución.

Si la energía cinética permanece constante en un choque (el caso ideal), se dice que el choque es completamente elástico. En este ejemplo no se pierde ninguna energía en forma de calor o deformación en un choque. Una bola de acero templado que se deja caer sobre una placa de mármol se aproxima a lo que sería un choque completamente elástico.

Cuando los cuerpos que chocan se adhieren entre sí y se mueven como un solo cuerpo después del choque, se dice que el choque es completamente inelástico. Una bala que se incrusta en un bloque de madera es un ejemplo de este tipo de choque. La mayoría de los choques se encuentran entre estos dos extremos.

En una colisión completamente elástica entre dos masas m_1 y m_2, podemos decir que tanto la energía como la cantidad de movimiento no se alteran. Por lo tanto, es posible aplicar dos ecuaciones:

$$\text{Energía:}\quad \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

$$\text{Cantidad de movimiento:}\quad m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

podemos simplificar y obtener

$$m_1(u_1^2 - v_1^2) = m_2(v_2^2 - u_2^2)$$

$$m_1(u_1 - v_1) = m_2(v_2 - u_2)$$

Dividiendo la primera ecuación entre la segunda nos queda

$$\frac{u_1^2 - v_1^2}{u_1 - v_1} = \frac{v_2^2 - u_2^2}{v_2 - u_2}$$

Factorizando los numeradores y efectuando la división obtenemos

$$u_1 + v_1 = u_2 - v_2$$

o bien,

$$v_1 - v_2 = u_2 - u_1 = -(u_1 - u_2)$$

Por consiguiente, en el caso ideal de un choque completamente elástico, la velocidad relativa después del choque, $v_1 - v_2$ es igual al valor negativo de la velocidad relativa antes del choque. Cuanto más parecidas sean estas cantidades, tanto más elástica será la colisión. La relación negativa de la velocidad relativa después del choque entre la velocidad relativa antes del choque da una medida de la elasticidad de un choque.

> *El coeficiente de restitución e es la razón o relación negativa de la velocidad relativa después del choque, entre la velocidad relativa antes del choque.*

$$e = -\frac{v_1 - v_2}{u_1 - u_2}$$

Incorporando el signo menos en el numerador de esta ecuación, nos queda

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2}$$

Si el choque es completamente elástico, entonces e = 1. Si el choque es completamente inelástico, e = 0. En el caso del choque inelástico, los dos cuerpos salen despedidos con la misma velocidad, es decir, $v_2 = v_1$. En general, el coeficiente de restitución tiene un valor entre 0 y 1.

Un método sencillo para determinar el coeficiente de restitución aparece en la figura 6. Una esfera del material que se va a medir se deja caer sobre una placa fija, desde una altura h_1. El rebote se mide a una altura h_2. En este caso, la masa de la placa es tan grande que v_2 es aproximadamente 0. Por lo tanto,

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} = -\frac{v_1}{u_1}$$

La velocidad u_1 es simplemente la velocidad adquirida durante la caída desde la altura h_1, y se determina a partir de

$$u_1^2 - u_0^2 = 2gh_1$$

Pero la velocidad inicial $u_0 = 0$, por lo cual

$$u_1^2 = 2gh_1$$

o bien,

$$u_1\sqrt{2gh_1}$$

Hemos considerado la dirección hacia abajo como positiva. Si la pelota rebota hasta una altura h_2, su velocidad de rebote v_1 debe ser $-\sqrt{2gh_2}$. (El signo menos indica el cambio de dirección). Así pues, el coeficiente de restitución está dado por

$$e = -\frac{v_1}{u_1} = -\frac{-\sqrt{-2gh_2}}{\sqrt{2gh_1}}$$

bien,

$$e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$$

El coeficiente resultante es una propiedad conjunta de la esfera y de la superficie sobre la cual rebota.

En el caso de una superficie extremadamente elástica, e tiene un valor de 0.95 o mayor (acero o vidrio); mientras que para sustancias menos elásticas e puede ser sumamente pequeño. Es interesante observar que la altura del rebote es función del vigor con que se restablece la deformación por el impacto. Contrariamente a la creencia popular, una esfera de acero o una canica rebotan a mucha mayor altura que la mayoría de las pelotas de hule.

F I G U R A S

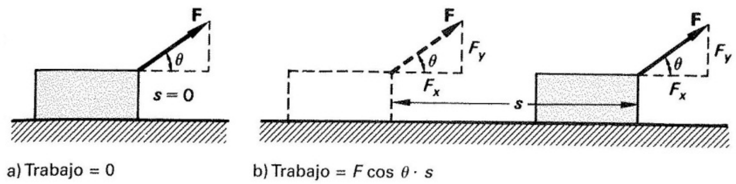

Fig. 1 El trabajo realizado por una fuerza F provoca un desplazamiento s.

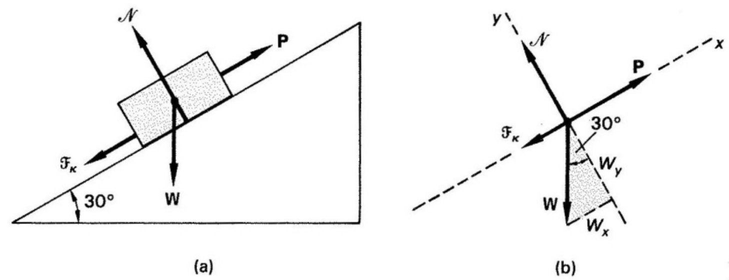

Fig. 2 Trabajo que se requiere para empujar un bloque hacia arriba por un plano inclinado a 30°.

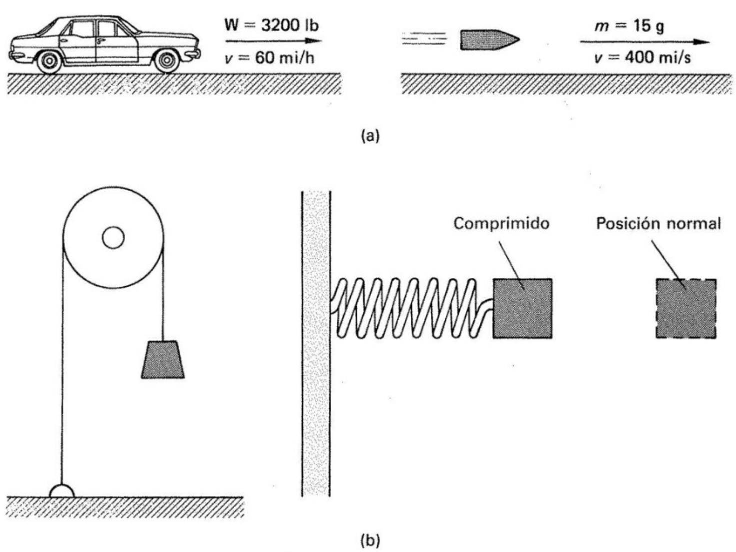

Fig. 3 Ejemplos de (a) energía cinética y (b) energía potencial.

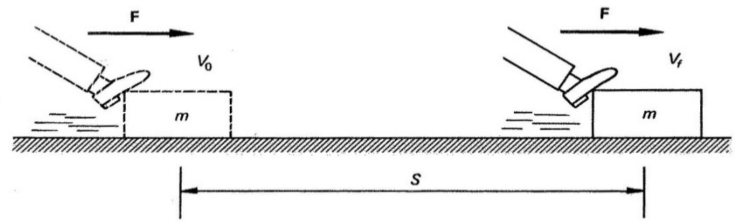

Fig. 4 El trabajo realizado por la fuerza F produce un cambio en la energía cinética de la masa m.

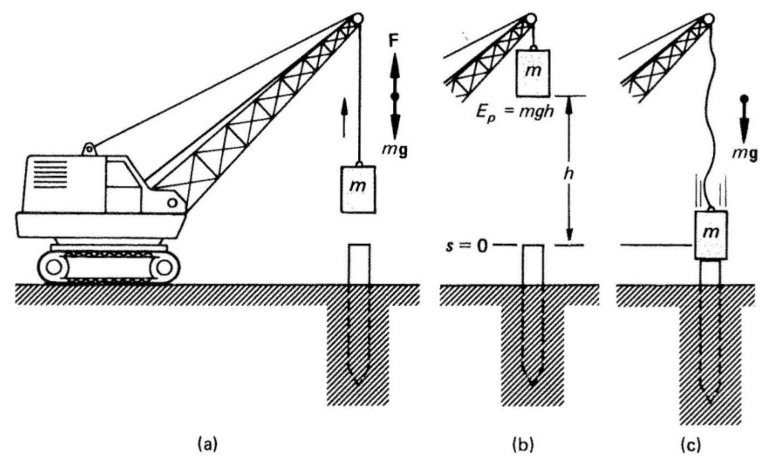

Fig. 5 Para levantar una masa m hasta una altura h se requiere un trabajo de mgh. (b) Por lo tanto, el sistema Tierra-cuerpo tiene una energía potencial E_P = mgh. (c) Cuando la masa se suelta tiene la capacidad para realizar el trabajo equivalente a mgh sobre el pilote.

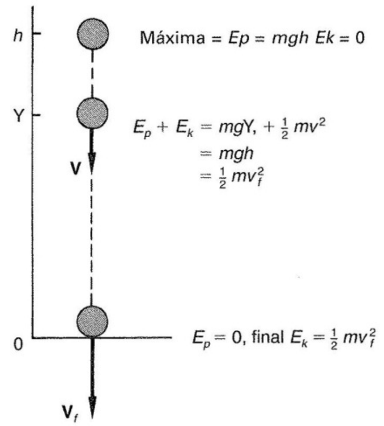

Fig. 6 Si no existe fricción, la energía mecánica total es constante. En cualquier punto, tiene un valor igual a la energía potencial en el punto más alto o a la energía cinética en el punto más bajo.

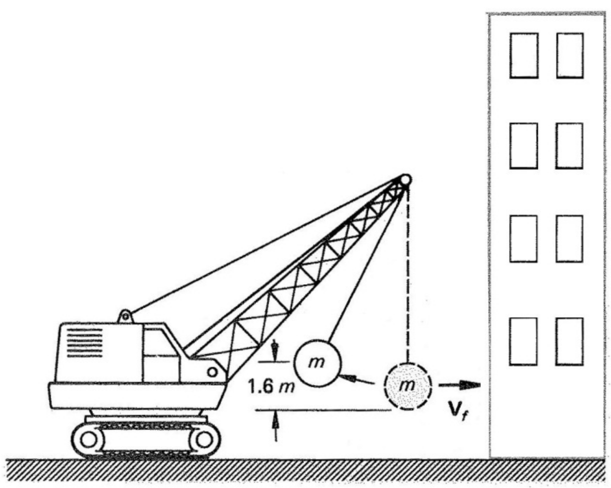

Fig. 7 La velocidad de una masa suspendida, al pasar por el punto más bajo de su trayectoria, se puede determinar a partir de las consideraciones generales sobre la energía.

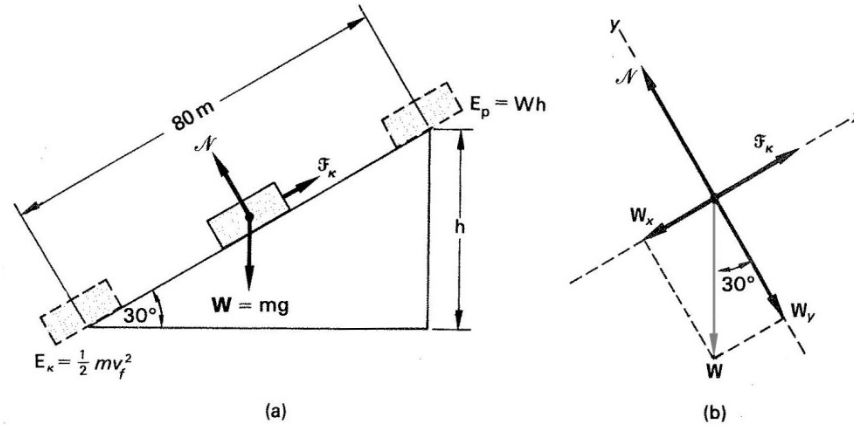

Fig. 8 Una parte de la energía potencial inicial que tenía el cuerpo en lo alto del plano inclinado se pierde cuando el bloque se desliza hacia abajo, debido al trabajo que se realiza para contrarrestar la fricción.

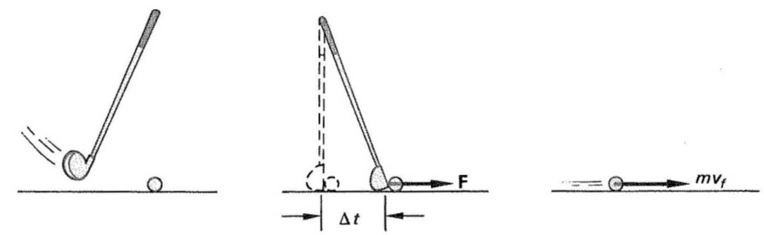

Fig. 9 Cuando un palo de golf golpea la pelota, una fuerza F actúa durante un intervalo de tiempo y provoca un cambio en el momento de la pelota.

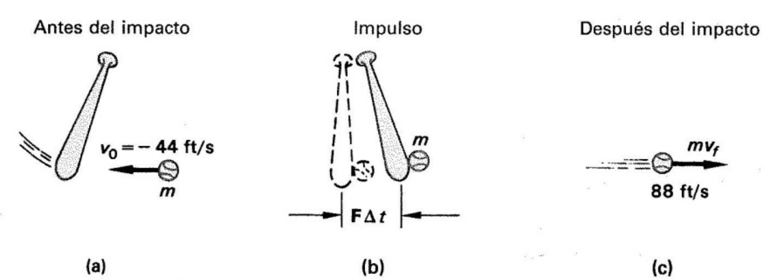

Fig. 10 Impacto de un bate y una pelota de béisbol.

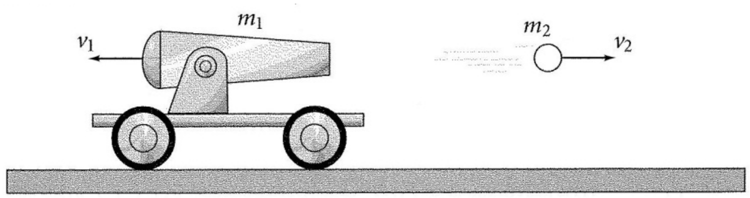

Figura 11

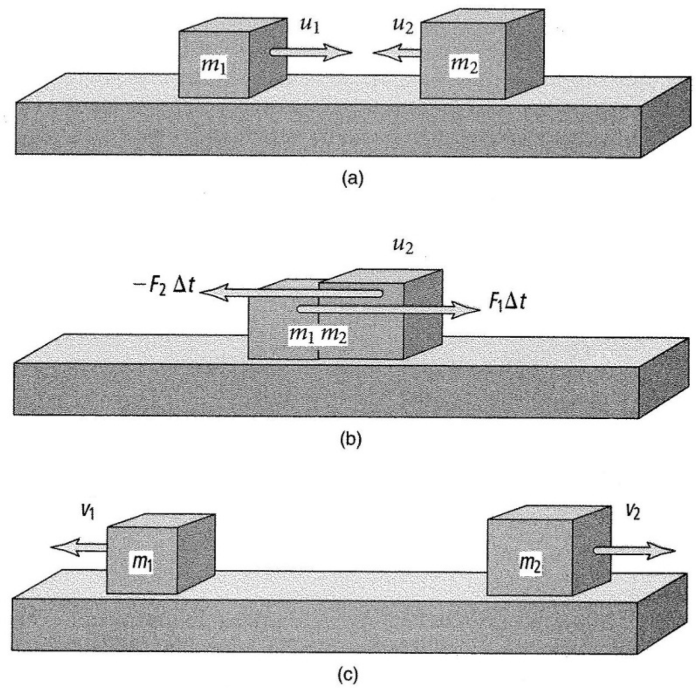

Fig. 12 Antes del impacto: (a) $m_1u_1 + m_2u_2$; (b) durante el impacto $F_1\,\Delta t = -F_2\,\Delta t$; (c) después del impacto: $m_1v_1 + m_2v_2$.

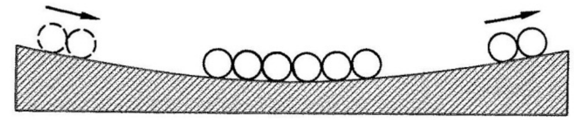

Fig. 13 Conservación de la cantidad de movimiento.

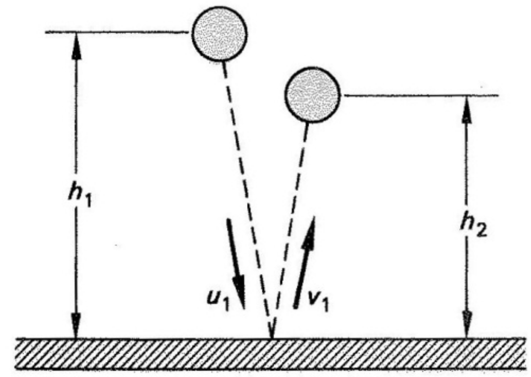

Figura 14

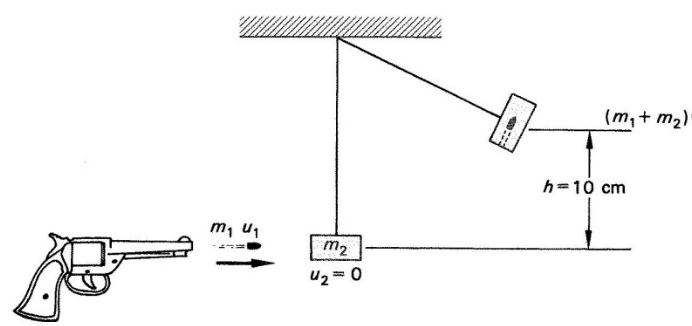

Fig. 15 Cálculo de la velocidad del disparo u_1 a partir de las consideraciones Generales sobre la energía y la cantidad de movimiento.

E J E M P L O 1

¿Qué trabajo realiza una fuerza de 60 N al arrastrar un bloque como el que aparece en la figura 1 a través de una distancia de 50 m, cuando la fuerza es transmitida por medio de una cuerda que forma un ángulo de 30° con la horizontal?

Solución

Primero debemos determinar la componente F_X de la fuerza F de 60 N. Sólo esta componente contribuye al trabajo. Esto se representa gráficamente dibujando a escala un vector de 60 N a un ángulo de 30°. Midiendo F_X y convirtiéndola en newtons se obtiene

$$F_X = 52.0\,N$$

Se puede hacer el mismo cálculo por trigonometría utilizando la función coseno:

$$F_X = (60\,N)(\cos 30°) = 52.0\,N$$

Ahora, aplicando la ecuación, se obtiene el trabajo:

$$Trabajo = F_X s = (52.0\,N)(50\,m)$$
$$= 2600\,N \cdot m$$

E J E M P L O 2

Una fuerza de impulsión de 80 N mueve un bloque de 5 kg hacia arriba por un plano inclinado a 30°, como muestra la figura 8. El coeficiente de fricción cinética es de 0.25, y la longitud del plano es de 20m.

(a) Calcule el trabajo que realiza cada una de las fuerzas que actúan sobre el bloque.

(b) Demuestre que el trabajo neto realizado por estas fuerzas tiene el mismo valor que el trabajo de la fuerza resultante.

Solución (a)

Son cuatro las fuerzas que actúan sobre el bloque: $\mathcal{N}, \boldsymbol{P}, \mathcal{F}_k,$ y $\boldsymbol{W}$.

(Véase la figura 2b.) La fuerza normal $\mathcal{N}$, no realiza trabajo alguno porque no tiene una componente a lo largo del desplazamiento.

$$(\text{Trabajo})_{\mathcal{N}} = 0$$

La fuerza de impulsión P se ejerce por completo a lo largo del desplazamiento y en la dirección de dicho desplazamiento. O sea,

$$(\text{Trabajo})_{\text{P}} = \text{Ps} = (80\text{ N})(20\text{ m}) = 1600\text{ J}$$

Para calcular el trabajo de la fuerza de fricción $\mathcal{F}_k$ y el trabajo del peso W, primero debemos determinar las componentes del peso tanto a lo largo del plano como perpendicularmente a él.

$$W = mg = (5\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2) = 49.0\text{ N}$$
$$W_x = (49.0\text{ N})\text{ sen }30° = 24.5\text{ N}$$
$$W_y = (49.0\text{ N})\cos 30° = 42.4\text{ N}$$

Pero la fuerza de fricción $\mathcal{F}_k = \mu_k \mathcal{N}$ y $\mathcal{N} = W_y$, así que

$$\mathcal{F}_k = \mu_k \mathcal{N} = \mu_k W_y$$
$$= -(0.25)(42.4\text{ N}) = -10.6\text{ N}$$

El signo menos indica que la fuerza de fricción se dirige hacia abajo del plano. Por lo tanto, el trabajo será negativo, puesto que el desplazamiento se dirige hacia arriba del plano.

$$(\text{Trabajo})_{\mathcal{F}} = \mathcal{F}_k s = (-10.6\text{ N})(20\text{ m}) = -212\text{ J}$$

El peso W del bloque también realiza un trabajo negativo, ya que su componente W_X tiene dirección opuesta al desplazamiento.

$$(\text{Trabajo})_W = -(24.5\text{ N})(20\text{ m}) = -490\text{ J}$$

Solución (b)

El trabajo neto se obtiene sumando los trabajos de las fuerzas individuales.

$$\text{Trabajo neto} = (\text{trabajo})_N + (\text{trabajo})_P + (\text{trabajo})_{\mathcal{F}} + (\text{trabajo})_W$$
$$= 0 + 1600\text{ J} - 212\text{ J} - 490\text{ J}$$
$$= 898\text{ J}$$

Para demostrar que éste es también el trabajo de la fuerza resultante, calculamos primero la fuerza resultante.

$$\begin{aligned} F_R &= P - \mathcal{F}_k - W_x \\ &= 80\text{ N} - 10.6\text{ N} - 24.5\text{ N} = 44.9\text{ N} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el trabajo de F_R es

$$\text{Trabajo neto} = F_R s = (44.9\text{ N})(20\text{ m}) = 898\text{ J}$$

que es igual al valor obtenido cuando se calcula el trabajo de cada fuerza por separado.

E J E M P L O 3

Calcule la energía cinética de un mazo de 4 kg en el instante en que su velocidad es 24 m/s.

Solución
Aplicando la ecuación, obtenemos

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(4\text{ kg})(24\text{ m/s})^2 \\ &= 1152\text{ N}\cdot\text{m} = 1152\text{ J} \end{aligned}$$

EJEMPLO CONCEPTUAL 4

Un trineo de 20 kg descansa en la cima de una pendiente de 80 m de longitud y 30° de inclinación, como se observa en la figura 8. Si $\mu_K = 0.2$, ¿cuál es la velocidad al pie del plano inclinado?

Solución
La energía total al inicio es energía potencial, ya que la velocidad inicial era cero. La altura h_0 está dada por

$$h_o = (80\text{ m})\text{ sen }30^\circ = 40\text{ m}$$

que nos permite calcular la energía total inicial:

$$\begin{aligned} (E_p + E_k)_{\text{INI}} &= mgh_o + 0 \\ &= (20\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(40\text{ m}) \\ &= 7840\text{ J} \end{aligned}$$

Por lo tanto, tenemos 7840 J que deben contabilizarse mientras el trineo se mueve hasta el pie del plano. Para determinar qué cantidad de ellos se ha perdido en forma de trabajo contra la fricción, debemos primero determinar la fuerza normal N ejercida por el plano sobre el bloque. A partir de 8b,

$$\mathcal{N} = W_y = (20\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)\cos 30^\circ = 170\text{ N}$$

de donde la fuerza de fricción es

$$\mathcal{F}_k = \mu_k\mathcal{N} = (0.2)(170\text{ N}) = 34.0\text{ N}$$

El valor absoluto del trabajo realizado por la fuerza de fricción es

$$\mathcal{F}_k s = (34.0\text{ N})(80\text{ m}) = 2720\text{ J}$$

Ahora podemos determinar cuánta energía quedó para la velocidad por medio de la ecuación

$$mgh_o = \frac{1}{2}mv_f^2 + |\mathcal{F}_k s|$$

$$7840\text{ J} = \frac{1}{2}mv_f^2 + 2720\text{ J}$$

y

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = 7840\text{ J} - 2720\text{ J} = 5120\text{ J}$$

Sustituyendo m = 20 kg, tenemos

$$\frac{1}{2}(20\text{ kg})v_f^2 = 5120\text{ J}$$

Finalmente, si se despeja v_F, obtenemos

$$v_f = 22.6 \text{ m/s}$$

Es conveniente que ahora demuestre usted que la velocidad final pudo ser de 28 m/s si no hubiera habido ninguna fuerza de fricción.

EJEMPLO CONCEPTUAL 5

Una pelota de 2 kg que se desplaza hacia la izquierda con una velocidad de 24 m/s, choca de frente con una pelota de 4 kg que viaja hacia la derecha a 16 m/s. (a) Encuentre la velocidad resultante si las dos pelotas se quedan pegadas después del choque. (b) Determine sus velocidades finales si el coeficiente de restitución es 0.80.

Solución (a)
En este ejemplo, $v_2 = v_1$ y e = 0. Vamos a indicar la velocidad final como v. La ley de la conservación de la cantidad de movimiento nos indica que

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v$$

puesto que $v_1 = v_2 = v$. Eligiendo la dirección derecha como positiva, sustituimos los valores

$$\begin{aligned} (2 \text{ kg})(-24 \text{ m/s}) + (4 \text{ kg})(16 \text{ m/s}) &= (2 \text{ kg} + 4 \text{ kg})v \\ -48 \text{ kg} \cdot \text{m/s} + 64 \text{ kg} \cdot \text{m/s} &= (6 \text{ kg})v \\ 16 \text{ kg} \cdot \text{m/s} &= (6 \text{ kg})v \end{aligned}$$

de donde

$$v = 2.67\, m/s$$

El hecho de que esta velocidad sea positiva indica que ambos cuerpos se mueven juntos hacia la derecha después del choque.

Solución (b)
En este caso e no es cero y las pelotas rebotan después del choque con diferentes velocidades. Por lo tanto, necesitamos más información de la que sea posible extraer de la ecuación de la cantidad de movimiento por sí sola. Tanto el valor e = 0.80 como la ecuación nos ofrecen más información.

$$e = 0.80 = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2}$$

o bien,

$$v_2 - v_1 = (0.80)(u_1 - u_2)$$

Sustituyendo los valores conocidos para u_1 y u_2, obtenemos

$$\begin{aligned} v_2 - v_1 &= (0.80)(-24\, m/s - 16\, m/s) \\ &= (0.80)(-40\, m/s) \end{aligned}$$

o finalmente

$$v_2 - v_1 = 32\, m/s$$

Ahora podemos utilizar la ecuación de la cantidad de movimiento para obtener otra relación entre v_2 y v_1, lo cual nos permite resolver las dos ecuaciones simultáneamente.

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

El lado izquierdo de esta ecuación ya fue resuelto en la parte (a) y es igual a 16 kg · m/s. Por lo tanto, sustituimos los valores de m_1 y m_2 en el lado derecho

$$16\, kg \cdot \frac{m}{s} = (2\, kg)v_1 + (4\, kg)v_2$$

de donde

$$2v_1 + 4v_2 = 16\, m/s$$

o bien,

$$v_1 + 2v_2 = 8\, m/s$$

Así, tenemos dos ecuaciones

$$v_2 - v_1 = -32\, m/s \qquad v_1 + 2v_2 = 8\, m/s$$

Resolviéndolas en forma simultánea obtenemos

$$v_1 = 24\, m/s \qquad v_2 = 8\, m/s$$

Por lo tanto, vemos que las pelotas invierten sus direcciones después del choque: m_1 se mueve hacia la derecha con una velocidad de 24 m/s y m_2 se mueve hacia la izquierda a una velocidad de 8 m/s.

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Conservación de la energía

1. Lea el problema, luego dibuje y rotule un diagrama sencillo, identificando cada objeto cuya altura o velocidad cambie.
2. Determine un punto de referencia para medir la energía potencial gravitacional; por ejemplo, la base de un plano inclinado, el piso de una habitación o el punto más bajo en la trayectoria de una partícula.
3. Para cada objeto, anote las alturas y las velocidades iniciales y finales: h_0, v_0, h_F y v_F. Cada una de las alturas se mide a partir de la posición de referencia que se elija y sólo se requieren las magnitudes para las velocidades.
4. La energía total del sistema en cualquier instante es la suma de las energías cinética y potencial. Por consiguiente, la energía total inicial E_0 y la energía total final E_F son

$$E_o = mgh_o + \tfrac{1}{2}mv_o^2 \qquad E_f = mgh_f + \tfrac{1}{2}mv_f^2$$

5. Determine si se presentan o no fuerzas de fricción. Si la fricción o la resistencia del aire están presentes, entonces la pérdida de energía debe darse como dato o calcularse. Con frecuencia, la pérdida de energía al realizar un trabajo contra la fricción es simplemente el producto de la fuerza de fricción $\mathcal{F}$ y el desplazamiento s. Recuerde que $\mathcal{F} = \mu\mathcal{N}$.
6. Escriba la ecuación de la conservación de la energía y resuelva la ecuación para la incógnita.

$$mgh_o + \tfrac{1}{2}mv_o^2 = mgh_f + \tfrac{1}{2}mv_f^2 + |\text{pérdidas de energía}|$$

7. Recuerde utilizar el valor absoluto de la pérdida de energía cuando aplique la relación anterior. El trabajo real contra la fricción siempre es negativo; pero en este caso se está tomado en cuenta como una pérdida.

Conservación de la cantidad de movimiento: Choques

1. Lea el problema, en seguida, dibuje y rotule un diagrama sencillo. Indique la dirección del movimiento para cada masa, trazando vectores en el diagrama.
2. Elija el eje x a lo largo de la línea de choque e indique la dirección positiva. Las velocidades se habrán de considerar positivas o negativas de acuerdo con esta elección.
3. Haga una lista de las masas y las velocidades conocidas, teniendo cuidado de utilizar en forma apropiada el signo y las unidades para cada velocidad. El uso de subíndices y letras adecuados le ayudará a seguir la pista de las diferentes masas y velocidades, antes y después del choque.
4. Escriba la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento:

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

5. Sustituya en esa ecuación todas las cantidades conocidas y simplifique la expresión resultante. Cuando sustituya las velocidades, es esencial que incluya el signo apropiado para cada una de ellas.
6. Si el choque es completamente inelástico, proceda a resolver la ecuación del momento para la cantidad desconocida.
7. Si la colisión es elástica, la conservación de la energía le ofrecerá la segunda ecuación independiente:

$$v_2 - v_1 = e(u_1 - u_2)$$

donde e es el coeficiente de restitución. (Para colisiones perfectamente elásticas, e = 1).
Por último, resuelva esta ecuación simultáneamente con la ecuación de la cantidad de movimiento. Tenga cuidado de no confundir los signos de sustitución con los signos de operación.

A C T I V I D A D

PREGUNTAS CON ESTILO PRUEBA SABER, DEBE SELECCIONAR LA RESPUESTA Y RESOLVER EL PROBLEMA PARA VERIFICAR SI SU RAZONAMIENTO ES EL APROPIADO

1. Un mazo de 4 kg se mueve con una velocidad de 24 m/s. ¿Cuál es su energía cinética?
   A) 1120 J
   B) 1152 J
   C) 1180 J
   D) 1200 J
2. Dos pelotas chocan frontalmente: una de 2 kg a 24 m/s hacia la izquierda y otra de 4 kg a 16 m/s hacia la derecha.
   (a) ¿Cuál es la velocidad resultante si se quedan pegadas?
   A) -4 m/s
   B) -2 m/s
   C) 0 m/s
   D) 2 m/s
   (b) ¿Cuáles son sus velocidades finales si el coeficiente de restitución es 0.80?
   A) -10.4 m/s y 14.4 m/s
   B) -9.6 m/s y 13.6 m/s
   C) -8.8 m/s y 12.8 m/s
   D) -8.0 m/s y 12.0 m/s
3. Un bloque de 15 kg se desliza por un plano inclinado de 60 m de longitud con una inclinación de 25° y un coeficiente de fricción cinética de 0.18. ¿Cuál es su velocidad al final del plano?
   A) 14.5 m/s
   B) 15.7 m/s
   C) 16.3 m/s
   D) 17.2 m/s
4. Una persona arrastra un trineo sobre una superficie nevada aplicando una fuerza de 80 N mediante una cuerda que forma un ángulo de 25° con la horizontal. Si el trineo se desplaza 40 m, ¿cuál es el trabajo realizado por la fuerza?

   A) 2500 J
   B) 2800 J
   C) 2900 J
   D) 2904 J

5. Un automóvil de 1000 kg circula a una velocidad de 30 m/s. ¿Cuál es su energía cinética?
   A) 400,000 J
   B) 420,000 J
   C) 450,000 J
   D) 480,000 J
6. Una bola de 3 kg viaja a 20 m/s hacia la derecha y choca con otra de 5 kg que se mueve a 10 m/s hacia la izquierda.
   (a) ¿Velocidad resultante si permanecen unidas?
   A) -4 m/s
   B) -2 m/s
   C) 0 m/s
   D) 2 m/s
   (b) ¿Velocidades finales si e=0.80e = 0.80?
   A) -9.0 m/s y 11.2 m/s
   B) -8.2 m/s y 10.4 m/s
   C) -7.4 m/s y 9.6 m/s
   D) -6.6 m/s y 8.8 m/s
7. Un esquiador de 70 kg desciende por una pendiente de 100 m de longitud y 35° de inclinación, con μk=0.15\mu_k = 0.15. ¿Cuál es su velocidad al llegar al final?
   A) 21.9 m/s

B) 22.8 m/s
C) 23.6 m/s
D) 24.4 m/s

8. Un bloque de 6 kg es impulsado hacia arriba por un plano inclinado a 25°, aplicando una fuerza de 90 N. El coeficiente de fricción cinética es de 0.20 y la longitud del plano es de 18 m.
(a) ¿Cuál es el trabajo realizado por cada fuerza?
A) 280 J, 320 J, -150 J, -100 J
B) 300 J, 340 J, -170 J, -110 J
C) 310 J, 360 J, -160 J, -120 J
D) 320 J, 370 J, -180 J, -130 J
(b) ¿Cuál es el trabajo neto realizado?
A) 410 J
B) 430 J
C) 450 J
D) 470 J

9. Una esfera de 4 kg a 15 m/s hacia la izquierda colisiona con una de 6 kg que se mueve a 8 m/s hacia la derecha.
(a) ¿Velocidad resultante si se fusionan?
A) -3.6 m/s
B) -2.4 m/s
C) -1.2 m/s
D) 0 m/s
(b) ¿Velocidades finales si e=0.80e = 0.80?
A) -8.8 m/s y 10.2 m/s
B) -8.0 m/s y 9.6 m/s
C) -7.2 m/s y 8.8 m/s
D) -6.4 m/s y 8.0 m/s

10. Un trabajador tira de una caja con una cuerda que forma un ángulo de 35° con el suelo. La fuerza aplicada es de 70 N y la caja se desplaza 30 m. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza?
A) 1600 J
B) 1720 J
C) 1721 J
D) 1750 J

11. Un trineo de 25 kg resbala por una pendiente de 70 m de longitud y 28° de inclinación, con un coeficiente de fricción cinética de 0.22. ¿Cuál es su velocidad al final?
A) 16.4 m/s
B) 17.0 m/s
C) 17.8 m/s
D) 18.6 m/s

12. Un bloque de 5 kg se mueve a 12 m/s hacia la derecha y choca contra otro de 7 kg que viaja a 6 m/s hacia la izquierda.
(a) ¿Velocidad resultante si quedan unidos?
A) -2.0 m/s
B) -1.0 m/s
C) 0 m/s
D) 1.0 m/s
(b) ¿Velocidades finales si e=0.80e = 0.80?
A) -7.2 m/s y 9.2 m/s
B) -6.4 m/s y 8.4 m/s
C) -5.6 m/s y 7.6 m/s
D) -4.8 m/s y 6.8 m/s

13. Una pelota de fútbol de 0.5 kg es pateada y alcanza una velocidad de 20 m/s. ¿Cuál es su energía cinética?
A) 90 J
B) 95 J
C) 100 J
D) 105 J

14. Un bloque de 4 kg asciende por un plano inclinado a 35°, impulsado por una fuerza de 85 N. El coeficiente de fricción cinética es de 0.15 y la longitud del plano es de 15 m.

(a) ¿Cuál es el trabajo realizado por cada fuerza?
A) 250 J, 280 J, -120 J, -90 J
B) 270 J, 300 J, -130 J, -100 J
C) 290 J, 320 J, -140 J, -110 J
D) 300 J, 340 J, -150 J, -120 J
(b) ¿Cuál es el trabajo neto realizado?
A) 350 J
B) 370 J
C) 390 J
D) 410 J

15. Dos carritos de 3 kg y 4 kg se mueven hacia el centro de una pista a 18 m/s y 14 m/s respectivamente.
(a) ¿Velocidad común si chocan y se unen?
A) -3.0 m/s
B) -2.0 m/s
C) -1.0 m/s
D) 0 m/s
(b) ¿Velocidades finales si e=0.80e = 0.80?
A) -8.4 m/s y 9.8 m/s
B) -7.6 m/s y 9.0 m/s
C) -6.8 m/s y 8.2 m/s
D) -6.0 m/s y 7.4 m/s

16. Un bloque de 10 kg desciende por un plano inclinado de 50 m de longitud y 20° de inclinación. Si μk=0.25\mu_k = 0.25, ¿cuál es su velocidad al final?
A) 12.2 m/s
B) 13.0 m/s
C) 13.5 m/s
D) 14.3 m/s

17. Un proyectil de 2 kg se mueve a 50 m/s. ¿Cuál es su energía cinética?
A) 2400 J
B) 2500 J
C) 2600 J
D) 2800 J

18. Un niño arrastra un carrito con una cuerda inclinada 20° respecto al suelo. Aplica una fuerza de 50 N y recorre una distancia de 25 m. ¿Qué trabajo realiza durante el desplazamiento?

A) 1175 J
B) 1200 J
C) 1177 J
D) 410 J

19. Un ciclista y su bicicleta tienen una masa combinada de 80 kg y se desplazan a 12 m/s. ¿Cuál es la energía cinética del sistema?
A) 5400 J
B) 5760 J
C) 6000 J
D) 6240 J

20. Una esfera de 6 kg a 22 m/s hacia la izquierda colisiona con una de 8 kg a 12 m/s hacia la derecha.
(a) ¿Velocidad resultante si se adhieren?
A) -3.0 m/s
B) -2.0 m/s
C) -1.0 m/s
D) 0 m/s
(b) ¿Velocidades finales si e=0.80e = 0.80?
A) -10.6 m/s y 12.8 m/s
B) -9.8 m/s y 12.0 m/s
C) -9.0 m/s y 11.2 m/s
D) -8.2 m/s y 10.4 m/s

21. Un bloque de 7 kg es arrastrado hacia arriba por un plano inclinado a 20°, con una fuerza de 95 N. El coeficiente de fricción cinética es de 0.18 y la longitud del plano es de 22 m.
(a) ¿Cuál es el trabajo realizado por cada fuerza?

A) 330 J, 360 J, -170 J, -130 J
B) 350 J, 380 J, -180 J, -140 J
C) 370 J, 400 J, -190 J, -150 J
D) 390 J, 420 J, -200 J, -160 J
(b) ¿Cuál es el trabajo neto realizado?
A) 450 J
B) 470 J
C) 490 J
D) 510 J

22. Dos pelotas de 4 kg y 6 kg viajan hacia el centro a 16 m/s y 10 m/s respectivamente.
(a) ¿Velocidad común tras el choque inelástico?
A) -2.4 m/s
B) -1.6 m/s
C) -0.8 m/s
D) 0 m/s
(b) ¿Velocidades finales si e=0.80e = 0.80?
A) -7.2 m/s y 8.6 m/s
B) -6.4 m/s y 7.8 m/s
C) -5.6 m/s y 7.0 m/s
D) -4.8 m/s y 6.2 m/s

23. Un objeto de 30 kg se desliza por una pendiente de 90 m de longitud con una inclinación de 33° y un coeficiente de fricción cinética de 0.20. ¿Cuál es su velocidad al final?
A) 19.5 m/s
B) 20.3 m/s
C) 21.1 m/s
D) 22.0 m/s

24. Un agricultor arrastra un saco de grano mediante una cuerda que forma un ángulo de 40° con el suelo. Si aplica una fuerza de 90 N y el saco se desplaza 60 m, ¿cuál es el trabajo realizado?
A) 3750 J
B) 4136 J
C) 4140 J
D) 4150 J

25. Un balón de 1.5 kg cae desde cierta altura y justo antes de tocar el suelo alcanza una velocidad de 18 m/s. ¿Cuál es su energía cinética en ese instante?
A) 220 J
B) 230 J
C) 240 J
D) 260 J

26. Un bloque de 5 kg sube por un plano inclinado a 30°, impulsado por una fuerza de 80 N. El coeficiente de fricción cinética es de 0.25 y la longitud del plano es de 20 m.
(a) ¿Cuál es el trabajo realizado por cada fuerza?
A) 270 J, 300 J, -140 J, -110 J
B) 290 J, 320 J, -150 J, -120 J
C) 310 J, 340 J, -160 J, -130 J
D) 330 J, 360 J, -170 J, -140 J
(b) ¿Cuál es el trabajo neto realizado?
A) 400 J
B) 420 J
C) 440 J
D) 460 J

27. Un esquiador de 60 kg desciende por una pendiente de 85 m de longitud y 32° de inclinación. Si μk=0.17\mu_k = 0.17, ¿cuál es su velocidad al final?
A) 20.0 m/s
B) 20.8 m/s
C) 21.6 m/s
D) 22.4 m/s

28. Un alpinista tira de un saco de provisiones con una cuerda que forma un ángulo de 15° con la horizontal. Si aplica una fuerza de 55 N y logra desplazar el saco 20 m, ¿qué trabajo realiza durante el desplazamiento?

    A) 1000 J
    B) 1062 J
    C) 1080 J
    D) 260 J

29. Un tren de 10,000 kg se desplaza a una velocidad de 15 m/s. ¿Cuál es su energía cinética?
    A) 1,050,000 J
    B) 1,125,000 J
    C) 1,200,000 J
    D) 1,300,000 J
30. Un bloque de 3 kg asciende por un plano inclinado a 28°, empujado por una fuerza de 70 N. El coeficiente de fricción cinética es de 0.22 y la longitud del plano es de 16 m.
    (a) ¿Cuál es el trabajo realizado por cada fuerza?
    A) 220 J, 250 J, -110 J, -80 J
    B) 240 J, 270 J, -120 J, -90 J
    C) 260 J, 290 J, -130 J, -100 J
    D) 280 J, 310 J, -140 J, -110 J
    (b) ¿Cuál es el trabajo neto realizado?
    A) 310 J
    B) 330 J
    C) 350 J
    D) 370 J
31. Un trabajador de almacén arrastra un palet aplicando una fuerza de 65 N mediante una cuerda inclinada 30° respecto al suelo. Si el palet se desplaza 45 m, ¿cuál es el trabajo realizado por la fuerza?
    A) 2100 J
    B) 2200 J
    C) 2250 J
    D) 2532 J

32. Un atleta de 70 kg corre a una velocidad de 8 m/s. ¿Cuál es su energía cinética?
    A) 2100 J
    B) 2200 J
    C) 2240 J
    D) 2300 J
33. Un trineo de 22 kg se desliza por una pendiente de 75 m de longitud y 29° de inclinación, con μk=0.19\mu_k = 0.19. ¿Cuál es su velocidad al final?
    A) 17.1 m/s
    B) 17.9 m/s
    C) 18.7 m/s
    D) 19.4 m/s
34. Un bloque de 8 kg se mueve hacia arriba por un plano inclinado a 22°, impulsado por una fuerza de 100 N. El coeficiente de fricción cinética es de 0.20 y la longitud del plano es de 25 m.
    (a) ¿Cuál es el trabajo realizado por cada fuerza?
    A) 380 J, 410 J, -190 J, -150 J
    B) 400 J, 430 J, -200 J, -160 J
    C) 420 J, 450 J, -210 J, -170 J
    D) 440 J, 470 J, -220 J, -180 J
    (b) ¿Cuál es el trabajo neto realizado?
    A) 490 J
    B) 510 J
    C) 530 J
    D) 550 J

35. Una persona arrastra una caja sobre una superficie horizontal aplicando una fuerza de 75 N con una cuerda que forma un ángulo de 28°. Si la caja se desplaza 35 m, calcula el trabajo realizado.

A) 2000 J
B) 2225 J
C) 2300 J
D) 2320 J

36. Un objeto de 5 kg a 20 m/s hacia la izquierda choca de frente con otro de 7 kg que viaja a 15 m/s hacia la derecha.
(a) ¿Velocidad resultante si permanecen juntos?
A) -2.0 m/s
B) -1.0 m/s
C) 0 m/s
D) 1.0 m/s
(b) ¿Velocidades finales si e=0.80e = 0.80?
A) -9.2 m/s y 11.4 m/s
B) -8.4 m/s y 10.6 m/s
C) -7.6 m/s y 9.8 m/s
D) -6.8 m/s y 9.0 m/s

37. Un bloque de 7 kg es arrastrado hacia arriba por un plano inclinado a 27°, con una fuerza de 92 N. El coeficiente de fricción cinética es de 0.21 y la longitud del plano es de 23 m.
(a) ¿Cuál es el trabajo realizado por cada fuerza?
A) 350 J, 380 J, -180 J, -140 J
B) 370 J, 400 J, -190 J, -150 J
C) 390 J, 420 J, -200 J, -160 J
D) 410 J, 440 J, -210 J, -170 J
(b) ¿Cuál es el trabajo neto realizado?
A) 460 J
B) 480 J
C) 500 J
D) 520 J

38. Un caballo tira de un carro aplicando una fuerza de 120 N a través de un arnés que forma un ángulo de 18° con el suelo. Si el carro avanza 100 m, ¿cuánto trabajo realiza el caballo sobre el carro?

A) 11 000 J
B) 11 200 J
C) 11 400 J
D) 11 430 J

39. Un trineo de 20 kg descansa en la cima de una pendiente de 80 m de longitud y 30° de inclinación. Si μk=0.2\mu_k = 0.2, ¿cuál es la velocidad al pie del plano inclinado?
A) 18.4 m/s
B) 19.2 m/s
C) 20.1 m/s
D) 21.5 m/s

40. Un bloque de 6 kg asciende por un plano inclinado a 32°, impulsado por una fuerza de 85 N. El coeficiente de fricción cinética es de 0.19 y la longitud del plano es de 21 m.
(a) ¿Cuál es el trabajo realizado por cada fuerza?
A) 300 J, 330 J, -150 J, -120 J
B) 320 J, 350 J, -160 J, -130 J
C) 340 J, 370 J, -170 J, -140 J
D) 360 J, 390 J, -180 J, -150 J
(b) ¿Cuál es el trabajo neto realizado?
A) 420 J
B) 440 J
C) 460 J
D) 480 J

RESPONDE CADA UNA DE LAS SIGUIENTES PREGUNTAS SELECCIONANDO LA OPCIÓN CORRECTA(ARGUMENTELA). SOLO HAY UNA RESPUESTA VÁLIDA PARA CADA PREGUNTA.

41. ¿Cuál es la fórmula para calcular el trabajo realizado por una fuerza constante?
    A) $W = F \cdot d \cdot \sin\theta$
    B) $W = F \cdot d \cdot \cos\theta$
    C) $W = m \cdot a \cdot t$
    D) $W = 1/2mv^2$
42. Un objeto de 5 kg se desplaza 10 m bajo la acción de una fuerza horizontal de 20 N. ¿Cuál es el trabajo realizado si no hay fricción?
    A) 50 J
    B) 100 J
    C) 150 J
    D) 200 J
43. ¿Cuál de las siguientes situaciones representa un trabajo negativo?
    A) Empujar un carro hacia adelante
    B) Levantar un objeto verticalmente
    C) Frenar una bicicleta en movimiento
    D) Dejar caer un objeto libremente
44. La energía cinética de un objeto depende de:
    A) Solo la masa del objeto
    B) Solo la velocidad del objeto
    C) La masa y el cuadrado de la velocidad
    D) La distancia recorrida por el objeto
45. Un bloque de 10 kg cae desde una altura de 5 m. ¿Cuál es su energía potencial gravitacional antes de caer? ($g = 9{,}8\ m/s^2$)
    A) 98 J
    B) 245 J
    C) 490 J
    D) 980 J
46. Si la velocidad de un objeto se duplica, su energía cinética:
    A) No cambia
    B) Se duplica
    C) Se cuadruplica
    D) Se reduce a la mitad
47. ¿Qué condición debe cumplirse para que una fuerza realice trabajo sobre un objeto?
    A) Que la fuerza actúe perpendicular al desplazamiento
    B) Que la fuerza y el desplazamiento sean paralelos
    C) Que la fuerza tenga una magnitud constante
    D) Que el objeto se mantenga en reposo
48. Un objeto de 3 kg se mueve a 4 m/s. ¿Cuál es su energía cinética?
    A) 6 J
    B) 12 J
    C) 24 J
    D) 48 J
49. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera sobre la conservación de la energía mecánica?
    A) Solo se conserva si no hay rozamiento
    B) Se conserva aunque haya fuerzas no conservativas
    C) Depende de la velocidad inicial del objeto
    D) Solo se aplica a objetos en caída libre
50. ¿Qué sucede con la energía potencial de un resorte al comprimirlo?
    A) Disminuye
    B) Aumenta
    C) Se mantiene constante
    D) Depende de la fuerza de gravedad

BIBLIOGRAFÍA

- Mc Graw Hill Serway, Física Tomo II
- Publicaciones Cultural, Física General

- Prentice Hall, Wilson - Buffa, Física
- Editorial Voluntad Física Investiguemos
- Wikipedia. Enciclopedia libre Apuntes de Física Luis Alfredo Caro Fisicanet
- Ver FÍSICA OLIMPIADAS 11 (Editorial Voluntad) Ejercicios de página de Internet fuerzas mecánicas. Ejercicios y laboratorios virtuales
- PIME Editores, Física 1, Mecánica y Calorimetría
- www.educaplus.org www. Ibercajalav.net/
- Santillana, Física 1 Nueva edición.
- Limusa Noriega Editores, Física Recreativa